物理学基礎論 A　　講義メモ

第 1 講　　(平成 19 年 4 月 10 日)

1　導入

(現代の物質観)

	速度 $\ll$ c (光速)	速度 $\sim$ c
巨視的世界	古典力学 (ニュートン力学)	相対性理論
微視の世界	量子力学	相対論的量子論 (量子場の理論)

"物質は何から出来ているか？"

巨視的物質 $\Longrightarrow$	原子・分子 $\Longrightarrow$	原子核・素粒子 $\Longrightarrow$	クォーク・レプトン
大体の大きさ	10^{-8} cm $(1\ \mathring{A})$	10^{-13} cm $(1$ fm$)$	$< 10^{-15}$ cm

[物質の構成要素]

	アップ	チャーム	トップ	
クォーク (q)	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$	質量 $\Longrightarrow$ 重い
	ダウン	ストレンジ	ボトム	
	エレクトロン	ミューオン	タウ-粒子	
レプトン (ℓ)	$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$	質量 $\Longrightarrow$ 重い
	$\cdots$ ニュートリノ	〃	〃	

"統計性" フェルミ粒子 (スピン $1/2$) $\cdots$ それぞれ反粒子が存在

[力をつかさどる粒子] $\cdots$ 自然界の四つの力

		粒子
強い相互作用	核力 (湯川), $\cdots$	g : グルオン (膠粒子)
弱い相互作用	β-崩壊	$W^{\pm}$, Z^0 : 弱ボーズ粒子
電磁力	クーロン力	γ : 光子
重力	重力	(graviton ?)

いずれも、スピン 1 のゲージ粒子 $\cdots$ 元来は質量$= 0$

“量子場の理論”

$$\begin{array}{ccccccc} \text{QED} & & & & \text{類似} & \text{QCD} & \\ \text{量子電磁気学} & \begin{pmatrix} e \\ \gamma \end{pmatrix} & \cdots & & \sim & \text{量子色力学} & \begin{pmatrix} q \\ g \end{pmatrix} \end{array}$$

“物理法則の階層性” $\cdots$ 各階層には独自の物理法則がある。
(例) ベルヌーイの方程式 $\leftarrow$ ニュートンの運動方程式、気象現象等 $\cdots$

(運動学と動力学)

運動学 (kinematics) : 運動の記述、座標系、$\cdots$ 、各種保存則等

運動学 (dynamics) : 力の作用で物体の運動がどの様に変化するか?
(例) ニュートンの運動法則

質点 : “質量” だけを持ち、大きさや形状を持たない (無視する) 点

(注意) 無視が可能かどうかは状況による。例えば、太陽のまわりをまわる惑星は質点と考えてよいが、惑星の自転を考える時は大きさや形状が重要。

ニュートン力学における状態の記述は、” 平坦な” (時間・空間について一様な) 空間で考える。また時間は、絶対時間 (全ての座標系に共通) である。空間内の質点の位置と速度を測定するためには、座標系が必要である。

(物理に必要な数学)

微分・積分 : ニュートン、ライプニッツ $\cdots$ 速度、加速度の定義

線型代数 : ベクトル、行列 $\cdots$
ベクトル解析 (以後の学習に絶対必要)
固有値問題 (量子力学の基礎)

(教科書、参考書)

植松恒夫：「力学」(学術図書)

(標準的教科書) $\rightarrow$ 解析力学 $\rightarrow$ 量子力学へ繋がるもの

ゴールドシュタイン：「古典力学」野間・瀬川訳 (吉岡・物理学叢書)

ランダウ・リフシッツ：「力学」広重・水戸訳 (東京図書)

のどちらか。

(もう少し、初等的なもの)

ファインマン・レイトン・サンズ：「ファインマン物理学」I –力学 (岩波)

ハリデー・レズニク・ウォーカー：「物理学の基礎」[1] 力学 (培風館)

バーガー・オルソン：「力学」–新しい視点にたって– 戸田・田上訳 (培風館)

戸田盛和：「力学」(岩波物理入門コース 1)

市村宗武：「力学」(朝倉現代物理学講座 1)

(シラバス)

1. 運動学　　速度、加速度、極座標での成分
2. 運動法則　　運動方程式とその応用
3. 保存則　　仕事とエネルギー、運動量、角運動量
4. 中心力による運動　　ケプラー問題
5. 質点系の運動

振動、剛体は別の講義。非慣性系は一部。

第 2 講　　(平成 19 年 4 月 17 日)

2　運動の記述

1 つの質点の運動を考える。

基準系 (座標系：$\mathcal{K}$、普通右手系) を選ぶ。

質点の位置

成分で表すのが便利

$$\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} x\text{-成分} \\ y\text{-成分} \\ z\text{-成分} \end{matrix} \tag{2.1}$$

これを、位置ベクトル (座標ベクトル) という。実際は、時間の函数 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$.

色々な座標：円柱座標、極座標 (2 次元、3 次元)。これらは、表示の違い。

ベクトルの大きさ：$r = |\boldsymbol{r}|$ (絶対値記号で表す) $\cdots$ スカラー量

単位ベクトル：長さ 1 のベクトル。

$$\boldsymbol{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \boldsymbol{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \boldsymbol{e}_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

とすると、

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_x + y\boldsymbol{e}_y + z\boldsymbol{e}_z = x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

と表される。座標系とは、上の三つの単位ベクトルに座標原点 O を付け加えたもの、すなわち、$\mathcal{K} = (O; \boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z)$

(ここから、数学)

「ベクトルには一般に” 線型性” が成り立つ」

線型性とは、$f(\boldsymbol{x})$ をベクトルの函数とした時、$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ を任意のベクトル、a, b を任意のスカラーとして

$$f(a\boldsymbol{x} + b\boldsymbol{y}) = af(\boldsymbol{x}) + bf(\boldsymbol{y}) \tag{2.4}$$

が成り立つことである。(線型変換、線型写像ともいう) 例えば、$f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}$ として、$\boldsymbol{A} = (A_\alpha)$, $\boldsymbol{B} = (B_\alpha)$ (ここに、$\alpha = x, y, z$ or $\alpha = 1, 2, 3$) とすると、$a\boldsymbol{A} + b\boldsymbol{B} = \boldsymbol{C}$ は $\boldsymbol{C} = (C_\alpha)$ with $C_\alpha = aA_\alpha + bB_\alpha$ として

$$a \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aA_x + bB_x \\ aA_y + bB_y \\ aA_z + bB_z \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

の事である。ベクトルの演算としては通常の足し算、引き算や結合法則、分配法則も成りたつ。上の式は、平行四辺形によるベクトルの合成として、幾何学的に理解できる。

ベクトル空間 (線型空間ともいう) の概念が重要である。“空間” という以上、それは単なるベクトルの集合ではなく、そこに何らかの演算 (内積構造) が定義されていなければならない。内積と外積という二種類のベクトルの積演算が物理では必須である。特に、内積は最も重要で、これによりベクトルの直交性という概念が表される。(これらについては、一応講義で説明しましたが、ここでは繰り返しません。自分で自習してください。)

第 3 講　　(平成 19 年 4 月 24 日)

講義の前半では、ベクトルの内積の復習をすると同時に、新しく「外積」の概念を説明いたしました。最後に、物理におけるベクトルとはなにか、というお話をいたしました。

(物理におけるベクトルとは?)

物理におけるベクトルとは、単に成分を並べたものというだけのものではない。物理では、測定を可能にする座標系の存在が基本であって、これが全てを規定する。すなわち、異なる座標系の間の座標変換が基本的である。座標変換には、並進変換と回転変換がある。すなわち、2 つの異なる座標系を、$\mathcal{K} = (O; \boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z)$, $\mathcal{K}' = (O'; \boldsymbol{e}_x', \boldsymbol{e}_y', \boldsymbol{e}_z')$ として、$\mathcal{K}$ での座標ベクトルを $\boldsymbol{r}$, $\mathcal{K}'$ でのそれを $\boldsymbol{r}'$ で表すと、並進変換は、あるベクトル $\boldsymbol{a}$ を使って $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}' + \boldsymbol{a}$, 回転変換は、ある直交行列 (回転行列) $\mathcal{R}$ を使って $\boldsymbol{r} = \mathcal{R}\boldsymbol{r}'$ と表される。回転した新しい座標系 $\mathcal{K}'$ を一意的に指定するためには、一般に (二つでなく) 三つの角度が必要である事は、オイラーが初めて (?) 指摘した。この三つの角 $\Omega = (\phi, \theta, \psi)$ をオイラー角という。回転行列は、この Ω の函数である ; $\mathcal{R} = \mathcal{R}(\Omega)$. 物理におけるベクトルは、座標系の回転に対して、その成分が座標ベクトルの成分と同じ様に変換する量として定義される。つまり、$\boldsymbol{A} = \mathcal{R}\boldsymbol{A}'$. 一方、スカラーとは、座標系の回転に対して不変な量である。この様にベクトルとスカラーを定義した時、内積が回転変換に対して不変量になることは、内積と直交行列の定義から明らかである。また、1 つの応用として、内積が実はどの回転座標系で計算してもよいということから、簡単に $(\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B}) = AB\cos\theta$ という表式が得られる。ここに、θ はベクトル $\boldsymbol{A}$ と $\boldsymbol{B}$ の間の角である。同様に、$\boldsymbol{C} \cdot [\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}]$ が不変なことから、外積によるベクトル $[\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}]$ の大きさが $AB\sin\theta$ であることも簡単にわかる。